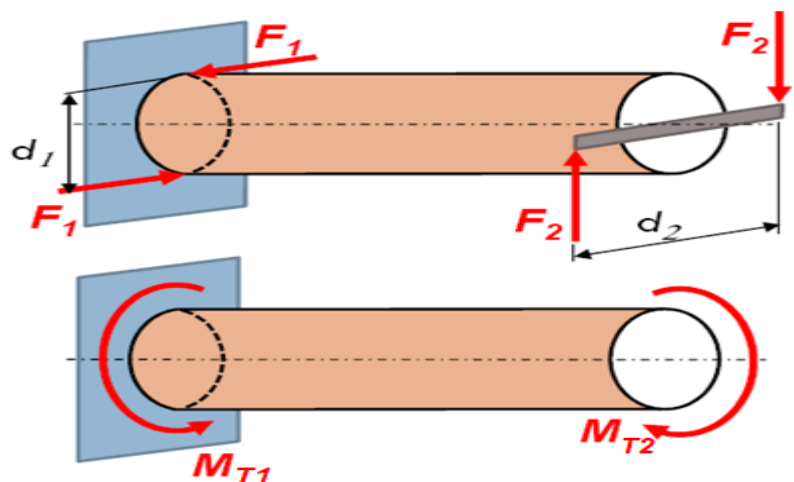


Uvijanje - torzija

Uvijanje - torzija

- ▶ U mehanici čvrstih tela, **torzija** predstavlja uvijanje tela zbog delovanja momenta. Čisto uvijanje je naprezanje štapa na čijim krajevima deluju spregovi sila u ravnima na kraju štapa, jednakih momenata a suprotnih smerova.



Čisto uvijanje štapa pod dejstvom koncentrisanih momenata uvijanja

Uvijanje - torzija

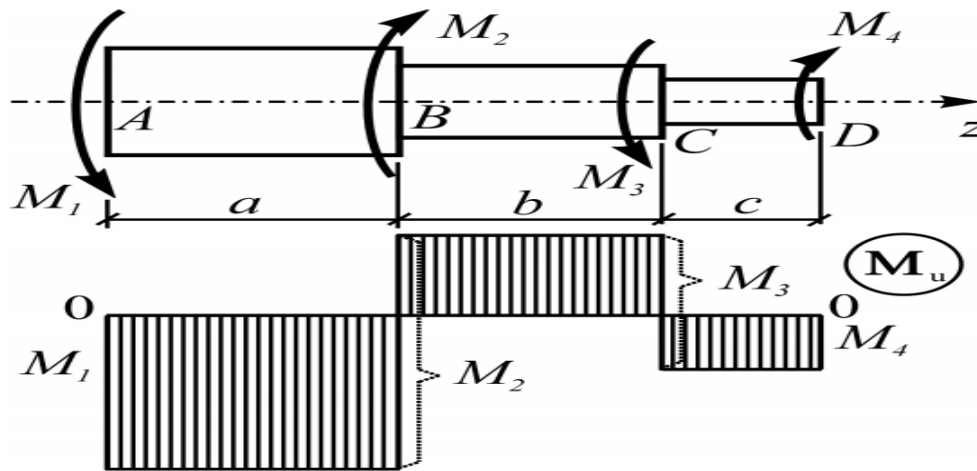
- ▶ Unutrašnje sile u poprečnim presecima štapa se prilikom uvijanja redukuju samo na spegove sila u ravnima preseka štapa. Ostale komponente unutrašnjih sila - moment savijanja, transverzalna sila i normalna sila, jednake su nuli:

$$M = 0; \quad T = 0; \quad N = 0.$$

- ▶ Presečne sile su u svim presecima jednake, pa se može pretpostaviti da su i naponi u svim presecima jednaki.

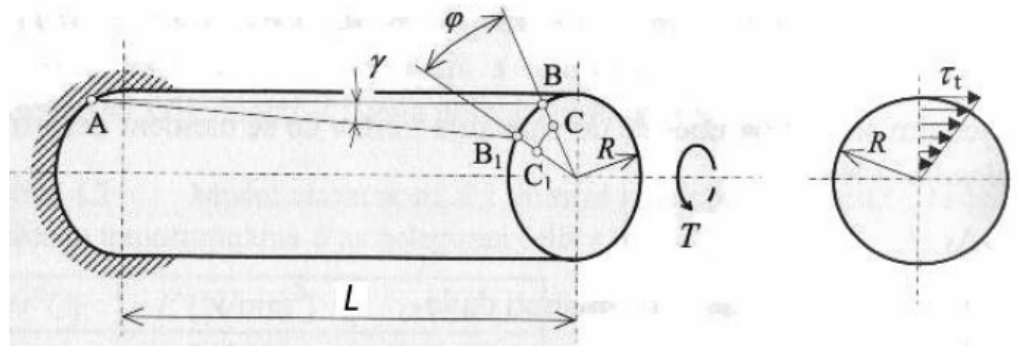
Uvijanje - torzija

- ▶ Vrednost momenta uvijanja u nekom preseku može se dobiti sumiranjem svih spregova koji se nalaze levo ili desno od tog preseka.
- ▶ Dijagram crtamo tako što nanosimo spregove kao u ovom primeru, s leva prema desno, nadovezujući svaki naredni spreg.



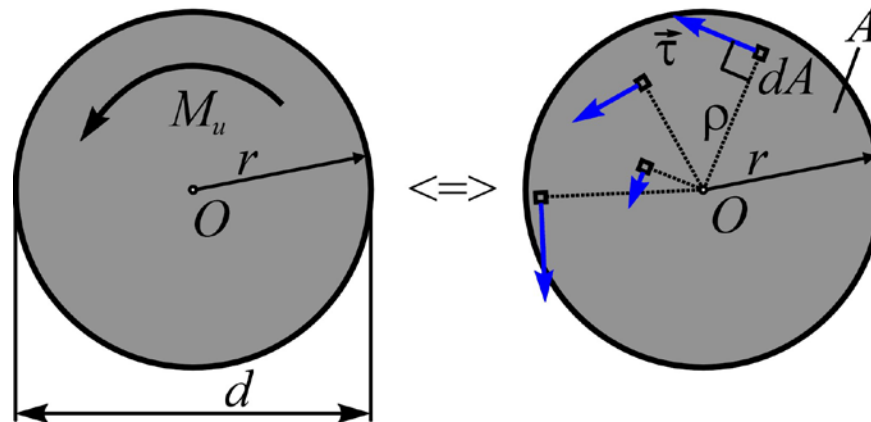
Uvijanje - torzija

- ▶ **Deformacija usled uvijanja štapa kružnog preseka**
- ▶ Ako je štap AB , dužine l , kružnog poprečnog preseka, poluprečnika R , u
- ▶ levoj osnovi A uklješten, a na slobodnom kraju B opterećen spregom sila onda je izložen uvijanju usled momenta uvijanja.
- ▶ Izvodnice, koje su u neopterećenom stanju pravci, prilikom uvijanja se deformišu i dobiju oblik zavojne linije. Ugao između prave i zavojne linije jednak je uglu smicanja γ . Kako je taj ugao mali može se zavojna linija aproksimirati pravcem.



Uvijanje - torzija

- ▶ U svakom poprečnom preseku, upravnom na osu štapa od unutrašnjih sila i spregova imamo jedino jedan spreg koji leži u ravni poprečnog preseka i koji nazivamo “Momentom uvijanja- M_u ” ili “Momentom torzije- M_t ”. Moment uvijanja- M_u je rezultujuće dejstvo beskonačnog broja elementarnih sila $t \times dA$ koje su posledice tangencijalnih napona t .



Uvijanje - torzija

- ▶ Tangencijalni napon τ u svakoj tački poprečnog preseka ima pravac koji je upravan na duž koja spaja tu tačku sa centrom O a smer koji je u skladu sa smerom momenta uvijanja. Pomenuta ekvivalentnost daje jednakost:

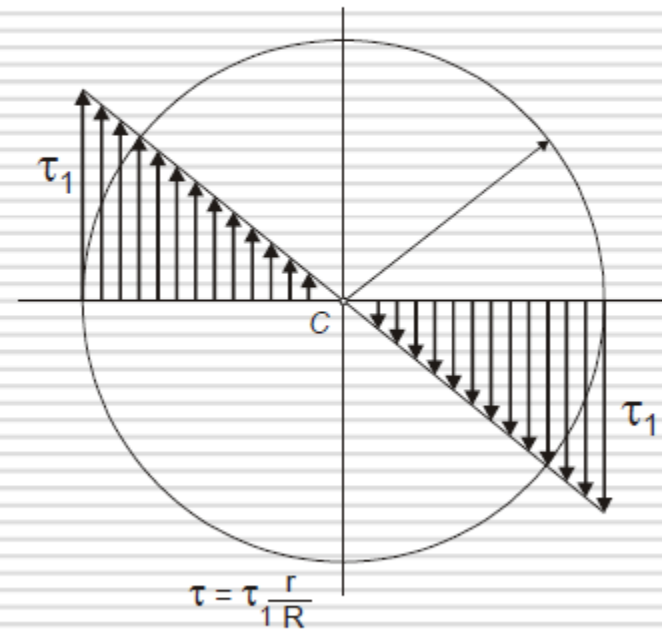
$$M_u = \int_{(A)} \tau \cdot dA \cdot \rho \Rightarrow M_u = \int_{(A)} \tau \cdot \rho \cdot dA \dots (1)$$

Uvijanje - torzija

Uvijanje grede kružnog poprečnog preseka

- Tangencijalni, smicajni napon po poprečnom preseku se menja po zakonu prave linije
- Za vlakno koje se poklapa sa geometrijskom osom tangencijalni napon je jednak nuli
- Najveći je za $r=R$, $\tau_{\max} = \tau_1$

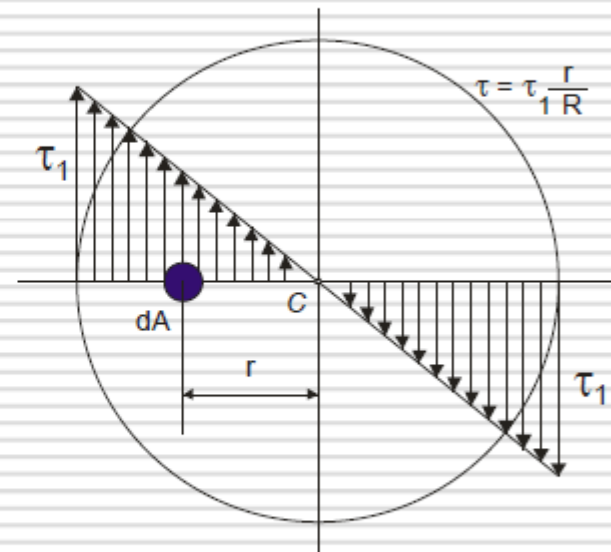
$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{r}{R}$$



Uvijanje - torzija

Uvijanje grede kružnog poprečnog preseka

- Tangencijalni napon τ deluje na dA , elementarnu površinu na nekom prečniku r
- Ovo se svodi na elementarnu silu τdA
- Zbir momenata elementarnih sila za tačku O daje moment torzije M_t



$$M_t = \int_A \tau \cdot r dA = \frac{\tau_1}{R} \int_A r^2 dA = \frac{\tau_1}{R} I_o$$

I_o - polarni moment inercije

Uvijanje - torzija

Najveći tangencijalni smicajni napon

$$\tau_{\max} = \tau_1 = \frac{M_t R}{I_0} = \frac{M_t}{W_0} \quad \text{MPa}$$

- $\tau_1 = \tau_{\max}$ maksimalni tangencijalni napon, MPa
 - I_0 – polarni moment inercije, m^4
 - W_0 – polarni otporni moment $W_0 = \frac{I_0}{R} \quad m^3$
-

Uvijanje - torzija

Ugao uvijanja u rad

$$\theta = \frac{M_t l}{GI_0} = \frac{l}{R} \frac{\tau_{\max}}{G} \quad \text{rad}$$

- $\tau_1 = \tau_{\max}$ maksimalni tangencijalni napon, MPa
 - I_0 - polarni moment inercije, m^4
 - G - modul klizanja, MPa
 - L - dužina, m
-

Uvijanje - torzija

Dozvoljeni napon kod zatezanja

Dozvoljeni napon je količnik jačine na kidanje, zatezne čvrstoće, od kog je proračunavani deo i stepena sigurnosti

$$\sigma_{doz} = \sigma_d = \frac{\sigma_M}{\nu}$$

Uvijanje - torzija

Dozvoljeni napon kod uvijanja (torzije)

Dozvoljeni napon je količnik jačine na torziju, smicajne (torziona) čvrstoće, od kog je proračunavani deo i stepena sigurnosti

$$\tau_{doz} = \tau_d = \frac{\tau_M}{\nu}$$

Uvijanje - torzija

Dozvoljeni torzioni (smicajni) napon

- Pošto se u tablicama češće nalaze vrednosti dozvoljenog napona na zatezanje koristi se odnos

$$\tau_d = (0,5 - 0,6)\sigma_d$$

Uvijanje - torzija

